Les lois du hasard

Enjeux mathématiques, historiques, citoyens.

Journée d'étude du 20 janvier 2017

Livret 1 - partie historique

Projet de recherche financé en 2016-17 sur l'appel d'offre "recherches pour l'éducation" de la mission de recherche de l'ESPE de Créteil, qui associe les quatre universités de l'académie et l'ESPE.

Chercheurs, instituts et laboratoires partenaires :

- Centre A. Koyré, UMR 8560 (A. Bernard)
- Centre de Recherches Historiques, Univ. Paris 8 (C. Ehrhardt)
- LAGA, UMR 7539, CNRS & SPC-Univ. Paris 13 (I. Gaudron)
- LIPN, UMR 7030, CNRS & SPC-Univ. Paris 13 (S. Schwer)
- IREM Paris Nord

Présentation du livret : objectifs et usages recommandés.

Ce livret est un document de travail, destiné à accompagner le projet de recherche "les lois du hasard, enjeux mathématiques, historiques et citoyens" aux trois niveaux suivants :

a) lors de la journée d'étude du 20 janvier 2017, il permettra d'illustrer les exposés et discussions de la matinée, destinés à faire découvrir le volet "histoire" du projet.
b) par la suite, en association avec les enregistrements vidéos de la journée et des transparents des exposés, il constituera une ressource de travail pour les participants volontaires au projet.
c) après les corrections et compléments éventuels, suggérés par les intervenants et participants de la journée, il constituera une brochure qui sera éditée par l'IREM de Paris Nord et l'ESPE de l'académie de Créteil.

En fonction de ces trois objectifs, nous recommandons aux participants :

- avant la journée, de relire le descriptif du projet diffusé depuis octobre (partie A), ainsi que le texte qui clôt le livret et servira de support à la discussion finale (partie C) ;
- pendant et après la journée, de faire part de toutes les suggestions utiles pour améliorer, clarifier ou compléter ce livret (partie B), en vue de sa publication comme brochure ESPE-IREM ;
- d'exploiter librement l'ensemble de ces textes, à l'instar d'un livret de formation continue ; ils peuvent être communiqués à des collègues que vous souhaiteriez associer.

Un second livret sur le volet "formation et enseignement" complétera début janvier la documentation préparatoire à la journée d'étude.

Sommaire de la brochure

A. APPEL À CONTRIBUTION (DIFFUSÉ EN SEPT-OCT 2016)

Le projet de recherche et de développement professionnel "les lois du hasard : enjeux mathématiques, historiques, et citoyens" est destiné à fédérer des enseignants du second degré en histoire et en mathématiques, avec des chercheurs en mathématiques, histoire et informatique autour d'un projet commun. Ce dernier est construit autour de l'exploration collective d'une documentation historique et débouchant sur l'élaboration de scénarios pédagogiques disciplinaires et/ou interdisciplinaires, au niveau secondaire ou supérieur. Les mises en œuvre dans des dispositifs tels que les Enseignements Pratiques Interdisciplinaires (EPI) en collège, l'Enseignement Moral et Civique (EMC) en collège et lycée, les Travaux Personnels Encadrés (TPE) en lycée, sont particulièrement ciblés - mais sans exclusive. En outre une participation à titre d'observateur ou pour consolider les enquêtes historiques, est envisageable.

Démarche à suivre si vous souhaitez participer

Le présent texte est destiné à des enseignants en histoire ou en mathématiques (y compris en formation initiale, en master MEEF) qui pourraient être intéressés à collaborer à ce projet : en effet, il n'a pas reçu de diffusion publique et n'a été envoyé que sur recommandation. Il explique les objectifs, enjeux et implications de cette participation à ce projet collaboratif. Si vous êtes intéressé-e à participer, envoyez vos coordonnées, votre niveau d'enseignement et tout autre renseignement pertinent (notamment diplômes, participation à des groupes IREM ou autres) et quelques explications sur vos motivations, en fonction des pistes données ci-dessous, à l'adresse des signataires. Vous pouvez par ailleurs écrire à l'un ou l'autre si vous souhaitez avoir des renseignements complémentaires sur le projet de recherche et les problématiques sous-jacentes.

Cette déclaration d'intention ne vous engage au départ à rien : c'est à l'issue de la première journée d'étude qu'on arrêtera le groupe définitif des participants, le calendrier et les modalités de fonctionnement.

Programmation dans le temps

Le projet est programmé pour l'instant sur un an (2017) et sera ponctué par deux journées d'étude, la première **le 20 janvier 2017 de 9h30 à 17h, à Créteil** (université), la seconde en décembre. Sont prévues en plus : une journée de retour sur la JE de janvier, juste après les vacances de février. Deux journées de travail (état des projets et des discussions) sont prévues, l'une mi mai, l'autre à l'automne. Une participation minimale est attendue, sans obligation d'assister à toutes <u>sauf à la première du 20 janvier</u>. Un espace en ligne associé à une liste de diffusion ouverte aux seul-e-s participant-e-s, permettra un travail à distance y compris sur des ressources numérisées. Enfin le projet s'inscrit dans une démarche de recherche en éducation, ce qui implique que des chercheurs, étudiants ou collègues puissent assister à vos travaux ou solliciter des entretiens pour mieux cerner l'évolution de votre pratique de conception de scénarios et supports pédagogiques en lien au projet. Les réunions ainsi que ces démarches de suivi participeront à votre formation et serviront à étayer une partie du projet de recherche.

Contenu du projet

Le projet comprend un volet historique et un volet pédagogique et de formation, articulés entre eux.

Le premier doit nous conduire à explorer une documentation remontant à la première moitié du 20ème siècle, au niveau français et international, qui porte sur l'appréhension par des moyens rationnels de situations d'incertitudes au niveau individuel, social, scientifique et technologique, philosophique, en lien à l'apprentissage d'une citoyenneté renouvelée. Dans le milieu français, par exemple, les personnalités scientifiques et politiques, comme les mathématiciens Émile Borel ou son élève Maurice Fréchet, le philologue Alfred Croiset, le sociologue Maurice Halbwachs ou le démographe Alfred Sauvy participent à une réflexion générale, qui les conduisent à écrire dans des revues de vulgarisation de haut niveau, comme la *Revue du Mois*, des articles de sensibilisation à ces problématiques. Plusieurs (comme Borel et Croiset) sont proches des milieux intellectuels qui promeuvent une nouvelle vision de l'éducation, en liens aux débats sur l'éducation morale laïque et sur les rapports entre l'État et l'Église en général, suite notamment à l'Affaire Dreyfus. La littérature qui reflète leurs idées donne jusqu'à aujourd'hui matière à penser pour repenser l'éducation à la citoyenneté aux regards des évolutions du monde moderne. Ces débats constituent un héritage historique qu'il est important de comprendre et de mettre en valeur : elles sont des sources de réflexions utiles pour donner une profondeur scientifique et historique à l'éducation à la citoyenneté contemporaine.

Le second volet est didactique et pédagogique. Il vise à constituer des scénarios d'enseignement en mathématiques et en histoire, ou les deux (scénarios interdisciplinaires type EPI ou autres), selon un modèle voisin des supports d'enseignement construits par l'ancien groupe "mathématiques et citoyenneté" de l'IREM de Paris Nord [lien vers la brochure]. Certaines de ces situations avaient déjà un caractère interdisciplinaire ou comportaient des volets tournés vers l'éducation morale et civique (ex-ECJS). Ils répondent tous plus ou moins à un modèle commun, inspiré du format général de la démarche d'investigation. (a) Une situation déterminée est présentée à partir d'une documentation relative à des faits contemporains (encarts de journaux, sites internet, documentation spécialisée…) puis "scénarisée" pour donner lieu à une activité significative et accessible pour des élèves. Elle implique l'usage d'outils statistiques et probabilistes, ainsi qu'une réflexion sur leur rôle dans l'éducation à la citoyenneté. (b) Un dossier complémentaire est présenté permettant d'aller plus loin et notamment d'envisager des activités de type interdisciplinaire. (c) Les objectifs pédagogiques sont explicités et brièvement présentés, et des copies d'élèves sont parfois analysées.

Par rapport à ce modèle de départ, le cœur du projet vise à interroger la manière de construire de telles situations intéressantes pour les apprentissages, en explicitant les critères et démarches employés ainsi que les réflexions qui y ont conduit. De ce point de vue, on postule que cette construction peut être en partie construite et guidée par l'examen du matériel exploré sur le volet historique du projet, en s'appuyant sur l'étude de la documentation évoquée plus haut. L'objet de la recherche est de comprendre plus finement cette construction et sa genèse documentaire, en prenant en compte notamment les paramètres fondamentaux d'intégration que sont les progressions pédagogiques habituelles des enseignants concernés.

B. TEXTES ILLUSTRANT LES EXPOSÉS DU 20 JANVIER MATIN

1. Exposé de L. Mazliak - Les probabilités selon Émile Borel : un outil mathématique au service du citoyen

1.1 Extrait de : Emile Borel, « Le calcul des probabilités et la mentalité individualiste », *Revue du mois*, t. 6, 1908, p. 641-650.

Mais le bon sens, non plus que le calcul, n'assure contre le malheur. Et ce sera toujours une maigre consolation pour un individu de penser que la probabilité du malheur était faible, si c'est lui qui le subit. Celui qui meurt de faim s'intéresse peu à l'augmentation de la fortune moyenne : on ne doit pas chercher dans la statistique ni dans le calcul des arguments pour consoler ceux qui souffrent des inégalités sociales ; mais cette constatation ne diminue en rien la valeur propre des statistiques ni des calcul par lesquels on les interprète.

C'est seulement, en effet, à un point de vue particulier que le statisticien ou le mathématicien étudient les phénomènes sociaux ; cette étude a une portée limitée, mais elle constitue une science exacte lorsqu'on ne prétend par l'étendre au delà de ses limites naturelles. On ne doit y chercher ni arguments moraux, ni raisons immédiates d'agir : mais seulement, comme dans les sciences physiques, un moyen de bien connaître les événements passées et de prévoir avec une certaine approximation les événements futurs. Lorsqu'on prédit que plus de cent mille parisiens prendront demain le « métro », on n'oblige aucun d'eux à choisir ce moyen de transport ; on énonce simplement un fait que l'expérience confirme. De même, si l'on prédit que, telle municipalité annonçant l'entreprise de plusieurs millions de travaux, on peut en conclure que quelques ouvriers périront victimes d'accidents du travail, on ne mérite, pas plus que ceux dont l'initiative ordonne les travaux, d'être traité d'assassin : rien ne prouve que la mortalité n'aurait pas été plus grande chez les ouvriers inoccupés, ou occupés ailleurs ; substituer à cette incertitude une prévision relativement précise augmente nos connaissances sans faire de tord à personne.

Il faut seulement prendre garde de na pas tomber dans un travers trop répandu : bien des personnes redoutent d'autant plus les inconvénients et les dangers s'ils sont mieux connus ; elles seront effrayées par une statistique précise des accidents de chemins de fer et ne penseront pas aux accidents moins soigneusement relevés atteignant les personnes qui se promènent tranquillement à pied dans les rues ou sur les grandes routes. De même, leur attention ayant été attirée sur les inconvénients précis que peut avoir tel mode d'alimentation, elles s'imposeront un régime bizarre, sans se demander si les modifications inconnues produites dans leur organisme par ce régime anormal ne les expose pas à des dangers plus graves que ceux qu'elles cherchent à éviter.

L'ignorance peut être commode pour ceux qui pratiquent cette politique d'autruche ; elle n'est jamais désirable pour ceux qui préfèrent voir clair et ne se laissent pas influencer par la connaissance plus exacte qu'elles acquièrent d'un danger possible lorsque sa probabilité est notablement inférieure à celle des dangers inconnus auxquels les hommes les plus timorés s'exposent tous les jours[1]. On n'a rien à redouter du calcul lorsqu'on est décidé à ne pas régler sa conduite sur ses indications sans les avoir au préalable pesées à leur juste valeur : c'est une illusion singulière de penser que l'indépendance individuelle est accrue par l'ignorance.

1.2 Extrait de : Vito Volterra, « Les mathématiques dans les sciences biologiques et sociales », *Revue du mois*, t. 1, 1906, p. 1-20.

Il est nécessaire, d'après Pearson, de libérer notre esprit, dans l'état actuel de nos connaissances, de l'idée d'un mécanisme de l'hérédité et de renoncer à l'espérance d'obtenir une relation mathématique entre chaque ancêtre et chaque descendant. Les causes de l'hérédité naturelle dans chaque cas spécial sont trop complexes pour pouvoir être traitées d'une façon tout à fait exacte. On doit, par suite, commencer par l'examen d'un très grand nombre de cas, et descendre après, de proche en proche, jusqu'à des classes toujours plus limitées ; et il ne faut jamais conjecturer des règles générales d'après des exemples. En d'autres termes, il faut procéder par la méthode statistique et non par la considération de cas typiques. Ceci pourra peut-être décourager aujourd'hui le médecin pratique, qui, par exemple, s'intéresse plus à l'hérédité morbide d'une famille bien déterminée, qu'à une moyenne et à une probabilité s'appliquant à une classe entière de personnes. Mais, d'autre part, tout démontre que, dans l'étude de l'hérédité, comme dans celle des variations, nous nous trouvons en face d'un très grand nombre de petites causses agissant simultanément et qu'il est impossible de distinguer les unes des autres.

Il n'y a donc d'autre moyen pour s'y reconnaître que de recourir aux procédés, qui dans toutes les questions analogues ont été d'une utilité manifeste, savoir aux procédés fondés sur le calcul des probabilités.

C'est là la branche la plus singulière et la plus curieuse des mathématiques. Si nous analysons un jugement quelconque de notre esprit, nous y trouverons toujours, plus ou moins dissimulé, un calcul de probabilité. On pourrait dire, dans une certaine mesure, que l'homme le plus simple, qui attend le matin le lever du soleil doit sa foi de voir surgir le jour à une application inconsciente de ma loi des grands nombres de Bernoulli. Toutefois la science des probabilités est la seule partie des mathématiques dans laquelle les principes ne sont pas posés rigoureusement et sont constamment ouverts à la critique et à la discussion.

Sur quelles bases solides repose par exemple le théorème fondamental de la théorie des erreurs ? et pourtant tout le monde y croit, comme le disait un jour M. Lippman à M. Poincaré, parce que les expérimentateurs croient y voir un théorème de mathématiques, tandis que les mathématiciens le considèrent comme un fait d'expérience.

Mais, quelque créance que nous accordions à ses bases, il faut avouer que la théorie des probabilités a rendu et rend à toutes les sciences des services incalculables et incontestables. Nous serions entrainés trop loin si nous voulions les énumérer ou discuter les questions générales et les contradictions apparentes que nous venons de signaler.

[1] Voir mon article : la Valeur pratique du calcul des probabilités dans la *Revue du mois* du 10 avril 1906, t. 1, p. 424.

Voyons plutôt sur un exemple, sans entrer dans les détails comment la nouvelle école traite un des problèmes qu'elle s'est proposée d'examiner.

Imaginons un grand nombre d'individus d'une certaine espèce. Si leurs formes se groupent ou se condensent autour d'un type moyen, nous voyons qu'à mesure que nous nous en éloignons les individus se feront plus rares. C'est ce que Galton représente graphiquement en mesurant un organe et en construisant la courbe qui exprime le relation entre la grandeur de celui-ci et la plus ou moins grande abondance des individus correspondants. On trouve ainsi une ligne que les géomètres appellent courbe des erreurs ou de fréquence et qu'on nomme en statistique *courbe de Quételet*. Un tel ensemble d'individus prend le nom de *groupe monomorphe*.

Il peut cependant arriver qu'en construisant la courbe comme nous venons de le dire, pour un certain ensemble d'êtres, il n'en résulte pas une ligne de fréquence. Cela signifie que les individus, au lieu de se condenser autour d'un seul type, se condensent autour de deux types distincts ou même davantage, c'est-à-dire que la courbe peut se décomposer en deux ou plusieurs courbes de fréquence. Le groupe prend alors le nom de *dimorphe* ou *polymorphe*[2].

La décomposition d'un groupe polymorphe dans ses éléments constitutifs devient ainsi une question purement géométrique que Pearson a en partie résolue et elle correspond à la décomposition d'une espèce dans ses variétés[3].

1.3 Extrait de : Emile Borel, « La Statistique et l'Organisation de la présidence du Conseil des Ministres », ***Journal de la Société de Statistique de Paris*****, 1920, p. 9-13.**

Je voudrais, au contraire, insister un peu sur 1e rôle de l'organe de la présidence du Conseil que nous pouvons appeler, pour préciser sa nature, *cabinet statistique*, car c'est, à mon avis, à ce cabinet statistique que doit incomber une des tâches les plus importantes et en même temps les plus délicates dans le gouvernement du pays.

Le nombre et l'importance matérielle des documents statistiques augmentent chaque jour dans tous 1es pays ; on se rend mieux compte, en effet, de l'importance qu'il y a à posséder des statistiques suffisamment détaillées pour qu'elles soient utilisables à des fins diverses. Les phénomènes sociaux sont trop complexes pour qu'il soit possible de les enfermer dans des formules trop simplifiées.

Mais, d'autre part, pour lire et interpréter des documents statistiques considérables, il faut, non seulement une éducation spéciale, mais beaucoup de temps. Nous devons admettre que l'éducation spéciale ne fait pas défaut aux chefs de Gouvernement, mais c'est le temps qui leur manque le plus. Il est donc nécessaire que des hommes en qui ils aient pleine confiance résument et interprètent pour eux les documents statistiques. Or, dès qu'il y a résumé et interprétation, il ne peut plus être question d'un travail rigoureusement scientifique et objectif ; il n'est donc pas possible de confier ce travail à des fonctionnaires quelle que soit leur valeur professionnelle, dont les vues personnelles peuvent être, sur telle question de

[2] Cf. *Materials for the Study of Variation treated with especial regard to discontinuity in the Origins of Species*, par William Bateson, Londres, 1894.
[3] *Contributions to the mathematical theory of Evolution*, par Karl Pearson.

politique économique, douanière ou fiscale, en opposition avec celles du Gouvernement. D'autre part, chaque ministre a ses habitudes et ses méthodes de travai1 personnelles ; tel 1ira p1us faci1ement des tableaux de chiffres et tel autre préfèrera les graphiques ; chacun demandera à son cabinet statistique de lui présenter 1es documents dont il a besoin pour ses études sous la forme qui lui sera la plus commode.

Mais ce n'est pas ici qu'il est nécessaire d'insister sur le fait que la statistique est un auxiliaire indispensable pour ceux qui assument la lourde tâche de gouverner un pays. Si cependant nous sommes tous d'accord sur le principe, il peut y avoir sur les modes d'exécution les plus favorables, des divergences d'appréciation qui pourraient conduire à une discussion très profitable. Le moment me parait particulièrement bien choisi pour cette discussion car c'est dans quelques semaines que la France va, après les Gouvernements qui ont gagné la guerre, connaître les Gouvernements qui organiseront la paix. Nous n'avons pas à intervenir ici dans les questions politiques, mais nous pouvons affirmer que, quels que soient ces Gouvernements, l'emploi judicieux des statistiques leur sera nécessaire. Il serait important que l'organisation qui, avec des modifications a subsisté à travers les trois derniers ministères (Ribot, Painlevé et Clémenceau) ne disparaisse pas, mais soit, au contraire, développée pour être adaptée aux besoins nouveaux. Les organes centraux de la présidence du Conseil sont actuellement dans l'immeuble où les a installés M. Painlevé, 18, rue Saint-Dominique ; cet immeuble dépend administrativement du ministère de la Guerre. Dans le cas où le président du Conseil ne serait pas en même temps ministre de la Guerre, comme l'a été M. Painlevé et comme l'est M. Clémenceau, la question se poserait du maintien de ces services dans cet immeuble ou de leur transfert dans un autre immeuble. Dans ce dernier cas, cet immeuble devrait-il changer chaque fois que le président du Conseil serait titulaire d'un ministère différent? Il faudrait ne pas connaître l'importance de l'installation matérielle pour le travail utile pour penser que c'est là une question indifférente. On ne doit pas attendre pour l'étudier qu'elle soit posée *ex abrupto* à l'occasion d'un changement de ministère. Il appartiendrait au Gouvernement ou, à son défaut, au Parlement, de reprendre d'urgence la question de l'organisation définitive en temps de paix, des services de la présidence du Conseil. II m'a semblé qu'une discussion de la question à la Société de Statistique pourrait éclairer les pouvoirs publics et l'opinion sur le rôle essentiel que doit y jouer la statistique. L'organe statistique central pourrait d'ailleurs être destiné à éclairer, non seulement le Gouvernement, mais encore, par son entremise, les commissions parlementaires. Je fais donc appel à tous nos collègues et particulièrement à ceux qui ont été mêlés, pendant la guerre, à la direction générale des affaires publiques pour qu'ils considèrent cet exposé comme une simple base de discussion et viennent apporter ici les résultats de leur expérience et de leurs réflexions.

2. Exposé de K. Gosztonyi - La théorie des probabilités et son enseignement en Hongrie : les travaux de Rényi et de Varga

ALFRÉD RÉNYI : LETTRES SUR LA PROBABILITÉ. DES PASTICHES DE LETTRES DE PASCAL À FERMAT (Rényi 1972, 11-16)

2.1 Extraits de la première lettre (de Pascal à Fermat)

[…] It is now more than a year since the problems posed by the Chevalier de Méré – on a trip to Poitou, in the company of the Duke de Roanne and M. Miton – are completely clarified and I must confess that our friendship, which became established through the correspondence about these problems, caused me much more joy than the solution of the problems. In fact, I value your friendship, Sir, above everything, and not only because you are the best geometrician in the whole of Europe but through your letters I have also become acquainted with a man whose friendship even kings could be proud of. Thus, the questions of the good Chevalier – even if they were not of much interest in themselves – rendered an invaluable service to me. But just because your friendship is so important to me, I should like to share all of my thoughts with you. I cannot refrain from telling you why I am so intensely interested in these questions and why – what is more, for two different reasons – I consider them worthy of the attention of every mathematician ; so much so that I dared to demand from you the solution of these problems, although I thereby took upon myself the responsibility of diverting you from your other investigations, which no one esteems more highly than I do. (p. 11)

[…]

To my mind, man is born to think. His ability to think distinguishes him from animals; on this rests his human dignity. We are surrounded by a twofold infinity: On the one hand, there lurk around us the infinite distances of the Universe, in which not only we and our Earth but also the Sun and the Planets are, as it were, only minute drops in the ocean; and, on the other hand, there are infinite depths of the world where each small drop of water forms a little Universe in itself. We find ourselves in the middle between the infinitely large and the infinitely small; we are as grains of dust with respect to the stars but as giants with respect to the small living things which swarm in a drop of water. It is immaterial whether we raise our eyes to the stars or cast them down into our own soul, whether we want to search into the future or into the past: nowhere can we find a strong foothold. In considering something more closely which we believe we know – fixing it with the point of our attention and bringing it under the magnifying glass of our logic – we immediately realize that we cannot be sure of anything at all. And for me, it is of but small comfort that my futile grappling with all these problems shows that I myself “am”. That is to say, the question which interests me is not whether I am or am not, but rather the one: “Who am I?” But for this question I find no answer, and I am worried by it, sometimes unbearably. (p. 13)

[…]

The oppressive uncertainty, about which I spoke above, has one of its roots partly in a common superstition; namely, if one does not know something with complete certitude (and indeed we are rarely in possession of complete certainty), one is inclined to believe he has no knowledge about it at all. The starting point of my reasoning is the statement that this is an erroneous belief. Partial knowledge is none the less knowledge, and incomplete certainty has a certain value, especially if one is conscious of the degree of certainty of his knowledge. "Why" – somebody could object here – "can one measure the degree of knowledge; how express it by a number?" "Of course", I would answer, "it can be measured and this is exactly what people who play a game of chance are doing". I a gambler throws a die, he cannot know the result of the throw in advance, but he still knows something, namely, that all of the six numbers have the same chance. If we take the whole certainty as a unit, then it follows that a specific one of the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6 will be thrown, manifestly with the degree of certainty of 1/6. If we in turn throw with one die four times, it is – as it was already observed by the Chevaier de Méré – more advantageous (with equal stakes) to bet on throwing a 6 at least once; this can also be expressed by saying that the degree of certainty in the event that as least one 6 will be thrown in a fourfold dicing is greater than ½. If for an event the chances of occurrence and non-occurrence are equal (as for example, in the case of coin tossing, the chances of a head or a tail coming up), one can say that the degree of certainty of the occurrence of the event is exactly ½. Just as great is the degree of certainty of the non-occurrence of this event. Of course, it is actually arbitrary to assign 1 as the appropriate degree of certainty to the complete certainty; e.g., 100 could have been chosen as well for the degree of certainty belonging to the complete certitude, and then the degree of certainty of a random event (i.e., of an event which does not occur unconditionally) would have been obtained in percentages. As a matter of fact, in every concrete case one could assign any suitably chosen number to complete certainty of every possible number would be equal to 1. However, I think that the simplest and most natural procedure is always to assign the number 1 to the complete certainty and to measure the degree of certainty of a random event with the fraction giving the event's share of the complete certainty. The degree of certainty of an impossible event id of course equal to zero; thus, if the degree of certainty of a random event is a positive number, then this event is eventually possible, even if its chances may not happen to be very high. (pp. 14-16)

DES ARGUMENTS DE VARGA POUR ENSEIGNER LES PROBABILITÉS A L'ÉCOLE (Varga, 1967, 1982)

2.2. Probability is another branch of mathematics which can be given very much earlier than is customary and it is very much worthwhile to do so. […] The author of the present article is relying mainly on his own experiences about teaching combinatorials and probability gathered in various schools in Budapest. […]

Perhaps the main reason for an early introduction of this branch of mathematics is that it is essentially different from other parts of mathematics. It leads students into quite a different circle of ideas. If this side of mathematics were to stay hidden from children for too long, they would acquire a narrow and distorted idea of the whole of mathematics, its power and possibilities. […]

Mathematics, however does not only concern itself with certainties which can be expressed by exact statements but also with uncertain things of a chance character. This sounds strange, because it might be thought that if something is uncertain we can only state uncertain things about it. On the one hand we have everyday life, full of chance events, full of "perhaps" and "probable". On the other side there is mathematics with its perfect circles and triangles, with its exact statements which unfortunately are not a great deal of use to describe the real world. How could one somehow mix up these two sides?[…]

A child who has taken an active part in the planning out and fashioning of his tools, and in the attempts to approximate to the realities of problems with the help of his natural thought processes, in other words a child who has been active in the formation of his own mathematical apparatus, will not be satisfied with a deterministic type of mathematics. (Varga 1967, pp. 1-2)

2.3. In a second grade demonstration lesson in Hungary the teacher challenged a group of children to estimate the number of beads in five heaps with seven beads in each, the number of white Cuisenaire rods needed to cover seven yellow rods (of length of five centimeters), etc. The discussion after the lesson revealed that some teachers were reluctant to hear kids guessing that seven fives may be around forty-two or thirty. "Let them guess or estimate lengths, time intervals, weights, capacity, whatever, but not the tables," they protested. "The multiplication table is something to know, not to guess." […]

Reasons must be strong, maybe not unrelated to sentences from "a child should not have an opinion" to "a child should have not will." If this is a correct conjecture, then the issue is a more general one about education, not necessarily school education or school math in particular.

My own view is that estimating, guessing, predicting, mentally representing the future and expressing our opinion about it is a human ability which should play a greater role in education than it does now. All these activities (let me coin the word: guessivities) get kids personally involved in learning. The enormous difficulties encountered in the electronic conversion of spoken to written language are due to the fact that speech comprehension is more than decoding noises: it is a high level of human activity where guessing plays a major role. […] Focusing on math and science education, guessivity is a natural preamble before any calculation and any measurement. (Varga 1982 pp. 29-31)

QUELQUES EXEMPLES DE SITUATIONS DE VARGA (Varga, 1970, 82)

2.4. Arriver à l'école à l'heure

A calculation or measurement should be preceded by estimation (if only by a vague feeling about the result), but an estimation need not be followed by a calculation or measurement. Again I give an example about probability which I consider to be an important component of elementary school mathematics.

The question posed contains no hint to probability. It is simply about the number of minutes you need to arrive at school. Everybody writes his personal estimation: 12 minutes, 17 minutes, 35 minutes… (It should be made clear what you mean by arriving in time: when the bell rings, or 10 minutes before, as it is usually required.)

The next question is: if you leave your house using the time you have written, are you certain you will not arrive late?

All of a sudden probability enters the scene. It usually does when you scratch the surface of a real life problem. In this case the discussion which follows reveals that several things may happen. An unexpected traffic jam. An empty gas tank. The car breaks down. You fall ill. An earthquake destroys the road. Some of these events are extremely unlikely. What does it mean, extremely unlikely? Try to express each of these by a number! 0.001? 0.0000001? (What do these numbers mean?) Anyway, they are not zero.

Next step: modify your estimation. How many minutes do you need (and consequently at what time you have to leave) in order to be *absolutely* certain you will not be late?

Hours? Days? Whatever the safety margin, you can never reach absolute certainty. (You may die. Insurance companies have reliable estimations about the probability of that relative to age, health conditions etc.)

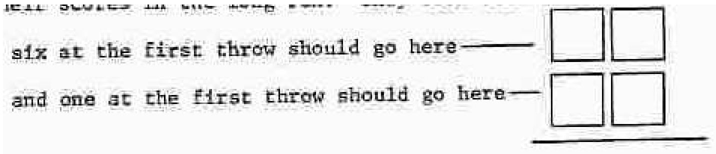
If the probability of 1 of not being late cannot be achieved, then let us lower the level to 0.99. In other words, let us allow 0.01 probability for being late. Estimate the number of minutes you need under such a condition. You may be late once in twenty weeks. Does your estimation correspond to this level or do you want to modify it? […] (Varga 1982 pp. 31-32)

2.5 Jeu de soustraction

Each kid draws boxes for the digits the way they are used in writing subtractions.

The goal is to make the difference as great as possible. They fill the boxes in any order, but only with random numbers produced by rolling dice. After a number is given by the dice, children write it into one of the boxes which is still empty and cannot change it. After filling the third box they have no choice for the fourth random number. Those with the largest difference get three points, those with the second largest get two, those with the next get one and the others none. Then they start again.

Many nine-, ten- and eleven-year olds develop efficient strategies to maximize their scores in the long run. They soon realize that



but they are more hesitant about a five or a two. They realize that a six may follow the five and then chances are better for those who kept the upper left box free. Or a one (an ace) may follow the two, and then again they would regret not having left the lower left box open. Filling them with a six or a one, respectively, will never be regretted, not even if they are followed by another six or another one, respectively.

But can the palyers ever avoid being orry in after-thought about the way they filled the boxes? A few rounds they actually play (and maybe a few more they play mentally) should convince the players that they cannot avoid that. In other words, there is no fail-safe strategy, though there are better and worse strategies. No matter where they write the first number, if it is a five or a two (or for that matter, a four and a three), in come cases they may regret that subsequently. The question is, how often and to what extent they have to regret their choices in the long run. This is where discussion with nine-, ten- and eleven-year olds comes in (after playing the game a couple of times). At somewhat higher level, still in the elementary school, the strategies can be formulated more precisely, incorporated into computer programs and tested more precisely in a great number of trials. At a much higher level calculating the expected values related to specific strategies and finding the best strategy may be the subject of a research for undergraduates. (Varga 1982 pp. 29-29)

2.6 Jeu avec trois disques

Three apparently identical disks are put into a box. However, one of them has a cross on each side, one is blank on both sides, and one has a cross on one side and nothing on the other.

I draw a disk at random and show you one of its faces at random. This latter is as essential as the first. I would fake the whole situation by looking at the disk after drawing it and deciding myself which face to show you, if the faces are different. Try to guess the other face. We repeat this experiment several times. You can never be sure. Still say each time what you think most likely.

Table 1 shows the course of a set of ten games.

Six hits out of the ten possible is not bad. Would somebody else try his hand? Maybe all of you at the same time. Has everybody written his guess? May I turn it round? Record the faces and your hits.

Is there anybody with ten hits? With nine? With eight? Seven? The others are interested in the strategy you applied. Would you say something about it?

A number of possible strategies are listed on the blackboard (Table 2). I suggest that each of these should be adopted by somebody. Then after each set of ten games, we will write the numbers of hits into one of these columns.

Which strategy has proved to be the most successful in the long run? Who would explain why?

That's right. If I mix the disks thoroughly, then about twice out of three occasions I draw a disk which is the same on the other face, and only once the one which is different on the other side. That is the reason why K turns out to be so good a strategy and L so poor. None of the other strategies listed above can raise the chances of winning above ½ or sink it below ½. This is true even if you have had sometimes spectacular successes with them. These are as little excluded as failures with K. But both are relatively rare.

Table 3 gives numerical data about what we can expect from various strategies. Data are calculated from the binomial expansions of $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)^{10}$ and $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^{10}$, and are rounded to two decimals. Because of the rounding, probabilities do not everywhere add up exactly to unity as they should without rounding.

Anyone who has more than five hits in a set of ten games is said to have won that set. Those with less than five hits have lost. With five hits the game is a draw. The table shows that players using strategy K can expect to win about eight sets out of ten […] and lose only once […]. For those using strategy L the contrary is true: their chances of winning and losing are about one in ten and eight in ten, respectively. With any other strategy mentioned […], the expectations are to win in about four and lose about four sets out of each ten. […] (Varga 1970 pp. 424-425)

3. Exposé de C. Ehrhardt : Borel éditeur de la *Revue du Mois*

3.1 Annonce de la *Revue du Mois*, 1906.

Le nombre et l'importance des questions qui peuvent être traitées par la méthode scientifique s'accroissent chaque jour. Il nous a semblé qu'on pouvait concevoir une publication dont cette méthode serait le principe, publication n'ayant rien de spécialement technique et prenant comme but essentiel de contribuer au développement des idées générales par l'exposition et l'étude critique des progrès réalisés dans la connaissance des faits et des mouvements d'idées qui en sont la conséquence.

La *Revue du Mois* tente d'être cette publication. Elle se propose avant tout d'être une Revue de libre discussion, admettant à s'exprimer en pleine indépendance toutes les opinions à base scientifique. L'étendue de son programme apparaît nettement à la lecture des titres d'articles ci-après ; les noms des auteurs sont une garantie que ce programme sera sérieusement rempli.

Chaque livraison, de 128 pages in 8°, renferme *au moins* six articles de fond ; elle se termine par une Chronique divisée en rubriques nombreuses et variables suivant les mois. La composition de la *Revue du mois* est ainsi assez variée pour que toute personne instruite puisse s'y intéresser.

Comité de rédaction : Noël BERNARD, Maurice CAULLERY, A. COTTON, Jules DRACH, Jacques DUCLAUX, Georges DUMAS, Paul LANGEVIN, Robert LESPIAU, Albert MÉTIN, Henri MOUTON, Jean PERRIN, L.-J. SIMON.

Directeur : Émile BOREL.

3.2 : Extrait de Camille Marbo, *A travers deux siècles. Souvenirs et rencontres (1883-1967)*, Paris, Grasset, 1968, p. 83-84.

Mon mari rentre, pose sur la table sa vieille serviette de cuir noir fatigué et me dit :

« Je viens de recevoir le prix Petit-Dormoy. »

Décerné par l'Académie des sciences pour des travaux de haute valeur, ce prix est de 10000 francs. [...]

« Que ferons-nous de cet argent ? » [...]

Émile Borel me dit : « Veux-tu que nous réalisions un de tes rêves ? ».

Je lui avais raconté que dans un de ces albums en vogue à la fin du XIXe siècle des questions étaient posées : « Quelle fleur préférez-vous ? », « Quel est votre auteur favori ? » [...] ; j'avais inscrit en face de l'interrogation « Qu'aimeriez-vous faire plus tard ? » : — *Deux choses : diriger un journal, administrer une ville.*

« Un journal est impossible, me dit-il. Un hebdomadaire aussi. Nous pouvons risquer une revue mensuelle. »

Il a réfléchi : ses collaborateurs scientifiques sont indiqués d'avance, plus quelques littéraires de marque. D'autres viendront. Nous convenons qu'il faudra payer tous les articles et choisissons le tarif en usage au Mercure de France.

Les familiers sont consultés. C'est, pour moi, un amusement de choisir la couleur mandarine de la couverture. Le titre Revue du mois est arrêté par l'ensemble du groupe, baptisé « Comité de rédaction ». Le premier numéro paraît le 1er janvier 1906.

Pour commencer, la revue se confectionne chez nous. Emile Borel et ses amis choisissent les articles à publier. Moi, je mets en page, je corrige les épreuves, je bouche les trous par de courtes chroniques. [...]

Très vite, nous dépassons les mille abonnés : anciens polytechniciens, normaliens ou centraux. La librairie Alcan se charge du côté matériel de la revue. Nous prenons un « archicube littéraire », le charmant Antoine Bianconi, pour me suppléer comme secrétaire de rédaction. [...]

Pas mal de gens appréciant de pouvoir écrire sur ce qui les intéresse fréquentent la maison. Painlevé, Léon Blum, Edouard Herriot nous donnent leur prose. Pierre Curie écrit un article peu avant sa mort tragique. Jusqu'à la guerre de 1914, la *Revue du mois* sera un succès. Elle devra ensuite disparaître. Une polémique entre Bergson et Jacques Duclaux, devenu le mari de ma sœur Germaine, passionne.

3.3 : Table des matières du premier volume de la *Revue du mois.*

TABLE DES MATIÈRES

DU PREMIER VOLUME

(Janvier-Juin 1906)

LIVRAISON DU 10 JANVIER 1906

LIVRAISON DU 10 FÉVRIER 1906

LIVRAISON DU 10 MARS 1906

LIVRAISON DU 10 AVRIL 1906

LIVRAISON DU 10 MAI 1906

LIVRAISON DU 10 JUIN 1906

4. Exposé de A. Bernard : L'intérêt précoce de Borel pour la "valeur pratique des probabilités" et son contexte politique et social.

4.1. Extraits de **E. Borel, 1914. *Le Hasard.*** Paris : Alcan. (Borel, 1914)

Extrait de la préface :

> Les lecteurs de cette Collection (…) ne cherchent pas ici une sauvegarde contre les hasards de la vie. Ils pourront y trouver cependant, à côté de la spéculation pure, des remarques plus concrètes et même des règles d'action pratique, pourvu qu'ils veuillent bien, pour les formuler, s'aider de leur réflexion personnelle.
>
> La science du hasard, en effet, ne saurait, plus que toute autre science, prétendre à régir nos actes ; elle peut seulement, comme c'est le rôle de la science, faciliter la réflexion qui précède l'action chez tous les êtres raisonnables. Dans les questions compliquées, le bon sens a besoin d'être guidé par les résultats du calcul ; les formules ne créent pas l'esprit de finesse, mais en facilitent l'usage.

Entêtes de la table de matières.

1ère partie : **La découverte des lois du hasard** [1-96] I. Le hasard et les lois naturelles / II. les lois du jeu de pile ou face / III. Probabilités discontinues et probabilités continues / IV. Probabilités des causes.

2ème partie : **L'application des lois du hasard** [97-212] V. Les sciences sociologiques et biologiques. / VI. Les sciences physiques / VII. Les sciences mathématiques.

3ème partie : **La valeur des lois du hasard** [213-fin] VIII. La valeur pratique des lois du hasard / IX. La valeur scientifique des lois du hasard / X. La portée philosophique des lois du hasard.

4.2: extrait de (Borel 1914, ch.8) "La valeur pratique des lois du Hasard", 81 "Retour sur les principes et les définitions"

81- Nous avons essayé, dans la première partie de cet ouvrage, d'exposer comment on est arrivé à soumettre au calcul les lois du hasard ; nous avons ensuite, dans la seconde partie, passé rapidement en revue les applications pratiques et scientifiques des méthodes ainsi créées ; nous devons maintenant nous demander quelle est la valeur pratique, scientifique et philosophique de ces applications ; doit-on considérer cette valeur comme diminuée par ce je ne sais quoi de mystérieux qu'évoque le mot de "hasard", ou doit-on au contraire penser que c'est l'étude approfondie des lois du hasard qui nous renseignera le mieux sur la valeur de toute connaissance humaine?

Il me paraît nécessaire, pour aborder ces questions essentielles, de reprendre le problème du hasard en quelque sorte *ab ovo*, en regardant les chapitres précédents comme une simple introduction destinée à étayer d'exemples précis les réflexions qui vont suivre. C'est dans cet esprit que nous allons, dans ce chapitre, étudier tout d'abord la valeur des probabilités dans la vie pratique et recherche ensuite comment la sensibilité individualiste fait souvent obstacle à l'acceptation par beaucoup d'hommes de conclusions qui s'imposent pourtant à leur raison ; nous terminerons pas de brèves indications sur le rôle que pourrait jouer la théorie du hasard dans une morale basée sur la solidarité et dans l'évaluation de la valeur sociale des individus.

4.3: *Ibid.*- 82, "le jeu équitable" = (Borel 1906, 425-6)

§82. Considérons d'abord la probabilité dans le jeu le plus simple, celui de *pile ou face*. On jette en l'air une pièce de monnaie et le pari porte sur le côté qui sera apparent après la chute. (…) Il y a chances *égales* pour que le côté que l'on appellera *pile* et pour celui qu'on appellera *face*. On convient de dire que la probabilité de chacun d'eux est *un demi.*

Si l'on est obligé de parier ou décidé à le faire, il n'y a pas de raison de parier pour pile plutôt que pour face ; si les mises sont égales, le jeu est *équitable* ; si les mises sont inégales, il est *avantageux* pour celui des joueurs dont la mise est la plus faible.

De ces constatations, évidentes pour le simple bon sens, pouvons nous tirer une règle de conduite?

Avant de répondre à cette question, remarquons tout d'abord que nous laissons ici de côté les *raisons morales* contre le jeu ; elles sont en dehors de notre cadre, et nous nous plaçons systématiquement du point de vue utilitaire. Mais, même en simplifiant ainsi le problème, ce n'est que dans des cas très particuliers que l'étude faite sur la probabilité au jeu de pile ou face *suffit* à nous donner une règle de conduite. On peut avoir d'excellentes raisons pour ne pas jouer un jeu équitable ou même avantageux ; on peut, quoique plus rarement, avoir de bonnes raisons pour jouer un jeu désavantageux.

Pierre possède exactement un million ; on lui propose de le jouer à pile ou face, contre un million (jeu équitable), ou même contre un million et cinquante francs (jeu théoriquement avantageux). Il est clair qu'à moins de circonstances très particulières, il est de l'intérêt de Pierre de refuser.

Jacques se trouve isolé, sans relations, dans une contrée éloignée ; il est fort riche et recevra demain une somme importante ; mais il a très grand intérêt à prendre un paquebot qui part dans une heure et il n'a sur lui que 300 francs, alors que la traversée à payer d'avance coûte 400 francs. On lui propose de jouer à pile ou face ses 300 francs contre 200 (jeu théoriquement désavantageux) ; il a évidemment intérêt à accepter.

4.4: *Ibid.* 86 "l'abus et le mépris des chiffres" = (Borel 1906, 431-2)

§86. (…) l'intervention du calcul dans les décisions de la vie pratique donne souvent lieu à l'un de deux jugements extrêmes ; pour les uns, il est absurde de mêler le calcul à une décision dont certains éléments ne sont pas exprimables en chiffres ; pour d'autres, les chiffres ont une vertu magique qui rend infaillible tous ceux qui les emploient suivant les règles.

Ces deux tendances opposées correspondent d'ailleurs, au fond, à un même état d'esprit ; c'est parce que les chiffres leur paraissent avoir une valeur absolue éliminant toute discussion que certains esprits redoutent leur intervention et préfèrent se passer de leur secours que de s'assujettir à leur joug.

On dit volontiers : rien n'est exact comme un chiffre, et l'on dit aussi : rien n'est brutal comme un chiffre. Les uns sont décidés à se soumettre aveuglément au chiffre exact ; les autres refusent d'être mis en présence du chiffre brutal.

L'origine de cette illusion est aisée à indiquer : on ne peut faire un calcul que des chiffres précis ; il est tout au moins fort long de rechercher les différentes solutions d'un problème qui correspondent à des valeurs diverses de données imprécises, et l'on recule généralement devant cette tâche. On est alors conduit à adopter une valeur déterminée pour chacun des éléments du calcul, même si cet élément est mal connu. C'est ainsi qu'on établit un devis ; on dit à chaque instant : il faudra pour telle tâche de quatre à six journées d'ouvrier ; *mettons* cinq journées. Il n'est pas jusqu'à l'imprévu qu'on ne calcule rigoureusement ; d'après des données empiriques, on évalue à forfait les frais imprévus une certaine fraction, le dixième par exemple, du devis primitif

Sur ces données précises, on peut faire des calculs précis, qui conduisent à un résultat précis. Et, plus les calculs sont longs, plus le résultat risque d'être inexact et plus cependant on a le temps d'oublier que les données étaient imprécises et de se laisser aller à la confiance qu'inspire l'exactitude des opérations arithmétiques correctement faites.

La même illusion se produit fréquemment dans les statistiques ; on lit, chaque année, dans les journaux, que la production totale du blé en France est évaluée, par exemple, à 115.200.000 quintaux. Ce chiffre a été obtenu en additionnant un grand nombre d'indications particulières, dont chacune était inexacte ; sa masse inspire cependant une certaine confiance, et on en tire volontiers des déductions économiques.

Gardons nous donc d'avoir trop de confiance dans les chiffres ; ce sera le meilleur moyen d'éviter l'excès contraire, qui consiste à repousser entièrement leur aide. Il faut s'en servir, mais en n'oubliant jamais qu'ils ne créent point la certitude : le calcul des probabilités apparaît alors comme aussi justifié que tout autre calcul ; sa valeur pratique est exactement la même.

§89. (…) il est bon de connaître les probabilités des diverses éventualités [*de la vie courante*] ; c'est en ce sens que la théorie des probabilités intervient d'une manière plus ou moins consciente dans toutes nos décisions ; il y aurait surtout avantage à rendre son intervention plus consciente en la précisant par des chiffres, à condition toutefois de ne pas oublier que, si nous pouvons prendre les chiffres comme conseillers, nous ne devons jamais être leur esclave.

4. 5 Premières pages de (Croiset 1906), pp.21-22

L'ENSEIGNEMENT LAÏQUE

DE LA MORALE

Mesdames et Messieurs,

Je n'ai pas à vous démontrer l'importance de la question que nous examinerons dans ces conférences du jeudi, « l'Enseignement laïque de la morale ». Il n'en est guère de plus grave dans un temps et dans un pays où l'École publique, l'École laïque, a vraiment charge d'âmes, puisque l'éducation donnée par elle sera, pour beaucoup de jeunes Français, la principale, presque l'unique source de la vie morale.

Or ce problème, qu'il est si nécessaire de résoudre, présente en ce moment des difficultés particulières. La morale, dans nos sociétés européennes, a été, depuis de longs siècles, surtout confessionnelle. En cessant de l'être, elle semble perdre son point d'appui nécessaire et rester, en quelque sorte, suspendue dans le vide. De plus, parmi les devoirs universellement enseignés, quelques-uns avaient un caractère strictement religieux, par lequel ils ont cessé de s'imposer à la conscience de beaucoup de nos contemporains, et qui les exclut d'un enseignement destiné à tous, d'un enseignement laïque et largement national. Mais la critique ou le doute, comme il était naturel, n'ont pas manqué de s'étendre à l'ensemble des préceptes traditionnels, et de là, chez les maîtres les plus réfléchis et les plus sincères, bien des embarras qui sont allés parfois jusqu'à l'angoisse. La volonté même de donner à l'enseignement de la morale un fondement « scientifique », volonté très générale aujourd'hui, a été une nouvelle cause de trouble pour la conscience de ces

[1] Conférence faite à l'*École des Hautes Études sociales*, le 11 novembre 1905

maîtres. Car ils ont entendu dire maintes fois par les savants les plus autorisés que la science n'était pas une œuvre immuable et définitive, qu'elle était toujours provisoire par certains côtés, et qu'elle évoluait comme le reste. Alors, dans cet écoulement de toutes choses, que devenait l'absolu du devoir, l'impératif indispensable, semble-t-il, à toute morale ? Pour des esprits qui ont reçu par une longue hérédité l'empreinte des doctrines où régnait l'idée de l'absolu, cette notion du relatif est troublante et risque d'engendrer ou le scepticisme indifférent, ou le scepticisme découragé. — Tout cet ensemble de faits rend donc aujourd'hui particulièrement difficile la tâche d'organiser un enseignement laïque de la morale. Mais elle le rend aussi plus urgent que jamais : car il faut vivre, et comme la vie est action, il faut avoir des raisons d'agir. Il faut se décider. La réalité n'attend pas que nous soyons sortis de notre ignorance ou de nos doutes. C'est pour hâter, s'il est possible, la fin d'une crise dangereuse que nous avons institué cette série de réunions. Chacun de nous, selon l'usage de cette École, apportera en toute franchise sa manière de voir et soumettra ses idées à la discussion. Je n'ai pas la prétention, en ce qui me concerne, de résoudre tout le problème. Je voudrais seulement, après vous avoir indiqué comment il est né, vous dire comment j'imagine qu'on peut le résoudre.

Un mot d'abord sur le titre même de ces entretiens. J'ai dit : « enseignement laïque de la morale » ; je n'ai pas dit : « enseignement scientifique de la morale ». Les vrais savants, en effet, comme MM. Lévy-Brühl ou Durkheim, entendent par l'étude scientifique de la morale une étude surtout historique, ayant pour objet de rechercher l'origine vraie des idées morales dans les sociétés humaines. Cette étude implique des enquêtes innombrables et minutieuses. Elle ne sera complète, si elle doit jamais l'être, qu'après de longs travaux qui commencent à peine. Elle a d'ailleurs un caractère plus spéculatif que dogmatique. On peut dire d'elle, comme de l'histoire, qu'elle a pour objet l'exposé des faits plutôt qu'un enseignement pratique. A supposer qu'elle puisse aboutir un jour à des conclusions applicables, ce jour est fort éloigné. Si l'humanité devait attendre, pour agir, que la science de la morale, ainsi entendue, fût achevée, elle risquerait d'attendre longtemps. Et, de fait, ces savants distinguent avec soin la morale pratique, celle qui s'impose à [23] notre conscience et qui nous sert à vivre, de cette science rigoureuse (et hypothétique) de la morale à venir.

C. PRÉSENTATION DE LA PARTIE HISTORIQUE DU PROJET DE RECHERCHE (C. EHRHARDT)

La prise en compte récente par les programmes officiels des enjeux liés aux statistiques et probabilités pour l'éducation à la citoyenneté implique une nouvelle délimitation des prérogatives de l'enseignement des mathématiques. Alors que l'éducation à la citoyenneté a traditionnellement maintenu un clivage disciplinaire très ancré entre sciences humaines et sciences "dures" (les sciences de la vie et de la terre faisant le plus souvent seules exception), il s'agit aujourd'hui de montrer aux élèves que les mathématiques servent –elles aussi– à comprendre le monde qui les entoure.

Le caractère récent de cette prise de conscience ne peut manquer de surprendre les historiens, tant le passé des probabilités et des statistiques (que l'on songe à Bernoulli, Condorcet ou Laplace) montre à quel point elles ont été dès le départ conçues et pensées comme des outils pour la compréhension et l'interprétation de l'information chiffrée ainsi que pour la prise éclairée de décisions. Sans aller jusqu'aux origines de ces disciplines, ce projet de recherche entend revenir sur un épisode qui constitue, en quelque sorte, un précédent à la situation actuelle quant à la réflexion sur les rapports entre probabilités, statistiques et citoyenneté. Il s'agit, plus précisément, d'explorer un corpus de langue française remontant à la première moitié du 20ème siècle, qui porte sur l'appréhension par des moyens rationnels de situations d'incertitudes au niveau individuel, social, scientifique et technologique, philosophique, en lien à l'apprentissage d'une citoyenneté renouvelée par l'avènement de la IIIe République.

Pour mettre au jour les questions alors soulevées par l'usage croissant des probabilités et des statistiques dans la vie sociale, politique, scientifique et industrielle, il nous a semblé intéressant de prendre pour point de départ les articles, livres et fascicules d'Émile Borel, publiés au cours de la période 1906-1939, qui va de la fondation de la *Revue du Mois* par Borel et son épouse Camille Marbo (où sont parus un nombre importants d'articles liés aux probabilités) à la parution du dernier fascicule du *Traité des probabilités*, où Borel revient sur les questions qui lui tiennent à cœur sur le hasard et ses dimensions philosophiques, sociales et morales (Mazliak, Bustamante, Cléry, 2015).

Un mathématicien engagé

Il faut noter ici que Borel est non seulement un mathématicien de premier plan de la première moitié du 20e siècle, dont les recherches ont joué un rôle majeur dans le développement de la discipline, mais qu'il est aussi l'un des premiers mathématiciens français à avoir pris conscience de ce qu'il appelle « la valeur pratique » des probabilités. Il s'est notamment attaché à écrire en la matière des articles et ouvrages de « haute vulgarisation », visant à sensibiliser des milieux intellectuels où, en ce début de 20e siècle, l'étude des sciences n'était pas nécessairement la norme. Ces textes ont ainsi la particularité de revenir, en des termes facilement accessibles et sans appareil mathématique excessivement technique, à la fois sur des avancées du domaine et sur les implications de ces dernières, tant au niveau scientifique que philosophie ou social.

En effet, la réflexion de Borel sur les probabilités sort du cadre strict de la recherche mathématique. Elle s'inscrit d'une part dans le contexte politique de la France du début du XXe siècle, puisque Borel est proche des milieux intellectuels qui promeuvent une nouvelle vision de l'éducation, en lien aux débats sur l'éducation morale laïque et sur les rapports entre l'état et l'église en général, suite notamment à l'affaire Dreyfus — il s'engagera d'ailleurs en politique, aux côtés des radicaux-socialistes après la Première Guerre mondiale. Dans les années 1920, l'engagement de Borel en faveur des probabilités et des statistiques prendra une forme plus institutionnelle, sans doute grâce à sa proximité d'alors avec le pouvoir politique : il sera à l'origine de la création de l'Institut de statistique de l'université de Paris et deviendra président de la Société de statistique de Paris.

La réflexion de Borel sur les probabilités s'inscrit d'autre part dans le contexte scientifique de son temps, en s'efforçant de prendre en compte non seulement les avancées les plus récentes des sciences expérimentales, mais aussi l'avènement des sciences humaines. La question du déterminisme, soulevée lors d'un débat entre Borel et le biologiste Le Dantec en 1908, s'inscrit par exemple à la fois dans le cadre de la réflexion sociologique de l'époque, telle qu'elle a été initiée par Durkheim, et dans l'émergence des recherches biométriques. De la même manière, Borel fait partie des savants qui, à l'instar de Poincaré, se sont efforcés de prendre part aux débats épistémologiques ouverts par la science de leur temps, en collaborant notamment à des revues comme la *Revue de métaphysique et de morale*.

Un mathématicien bien entouré

De par son activité éditoriale et son réseau de connaissances et de correspondants, Borel s'avère être une figure majeure pour saisir la richesse et l'ampleur des débats, car il dispose à la fois d'une importante capacité de mobilisation de collègues/auteurs, et d'un outil, la *Revue du mois*, qui lui permet d'envisager de sensibiliser un large public à ces problématiques.

Le corpus des écrits probabilistes destinés à un large public de Borel fait ainsi émerger d'autres acteurs. D'une part, les débats d'idées et les controverses qui opposent Borel à des contemporains montrent que ses préoccupations étaient alors partagées dans des cercles qu'il nous faudra explorer et définir plus précisément — par exemple, le philologue Alfred Croiset, le biologiste Le Dantec déjà cité ou encore le psychologue Alfred Binet, sans pour autant être experts en probabilités, prennent part à la réflexion sur le rôle de ces dernières dans la société de leur époque. Par exemple, le cas de la graphologie, discuté dans un débat entre Borel et Binet, est sans doute lié à l'expertise fournie par H. Poincaré lors de l'affaire Dreyfus, mais il relève, plus généralement, de la question de l'expertise scientifique sur des questions de sociétés.

D'autre part, la réflexion entamée par Borel a été poursuivie par la génération suivante, notamment via son élève Maurice Fréchet, qui publie avec le sociologue Maurice Halbwachs un ouvrage d'enseignement des probabilités aux non-spécialistes (Fréchet & Halbwachs, 1924). Dans les années 1930, des travaux liant sciences sociales et statistique, comme le livre *Le point de vue du nombre*, qu'Halbwachs publie avec Alfred Sauvy en 1936, contribuent à nourrir les probabilités et la statistique de questions liées à la démographie, tout en tentant de donner à ces mêmes questions des réponses scientifiques quantitatives.

Un cas unique ou d'autres lieux de réflexion ?

Un premier examen des réseaux dans lesquels Borel inscrit sa réflexion montre que celle-ci prend place dans des cercles que l'on peut qualifier d' « académiques », au sens où les acteurs appartiennent comme lui aux institutions scientifiques et littéraires alors dominantes — et notamment à l'École normale supérieure. Une deuxième partie de l'enquête s'efforcera d'apporter un contre-point en s'interrogeant sur la place de questions similaires dans d'autres lieux et d'autres réseaux.

Le début du 20e siècle étant marqué par des réformes pédagogiques importantes, une première piste consiste à se demander si les débats relatifs au rôle social des probabilités trouvent un prolongement dans le monde de l'éducation. Il s'agira notamment d'examiner la place des probabilités et des statistiques dans l'*Enseignement mathématique*, nouvelle revue créée avec pour objectif de faire connaître à l'échelle internationale le fonctionnement des systèmes éducatifs européens et américains, ainsi que les innovations pédagogiques.

Une deuxième piste consiste à examiner la question des probabilités au sein des mathématiques « non académiques », c'est-à-dire au sein d'associations ou de revues qui se situent à la marge des milieux scientifiques, comme par exemple l'Association française pour l'avancement des sciences, ou la revue l'*Intermédiaire des mathématiciens*. Les réflexions issues de la *Revue du mois* y ont-elles une place ? La rencontre entre probabilités, combinatoires et récréations mathématiques, pour la période 1870-1930, a-t-elle un lien avec la réflexion sur la valeur pratique des probabilités, que ce soit en amont ou en aval ?

Une troisième piste, enfin, s'inscrit dans une perspective internationale. La période étudiée est aussi celle des premiers congrès de mathématiciens, de la création de nombreuses revues spécialisées, dont certaines ont une large circulation, ou encore celle où voyages d'enseignants et d'étudiants deviennent plus fréquents. Dans ce contexte, il est intéressant de se demander dans quelle mesure les débats sur le hasard prennent place dans les échanges internationaux, ou encore de s'interroger sur la manière dont les savoirs probabilistes et statistiques circulent.

Un outil d'intellection des rapports entre mathématiques et citoyenneté

La littérature qui reflète les idées du faisceau de mathématiciens et d'intellectuels en contact avec le travail de Borel au cours de la première moitié du 20e siècle donne jusqu'à aujourd'hui matière à penser pour repenser l'éducation à la citoyenneté aux regards des évolutions du monde moderne. Ces débats et ces réflexions constituent un héritage historique qu'il est important de comprendre et de mettre en valeur. Ils sont des sources de réflexions utiles pour donner une profondeur scientifique et historique à l'éducation à la citoyenneté contemporaine. L'analyse historique permet ici de mettre au jour les questions émergentes dans la première moitié du 20e siècle, la « vision du monde » (épistémologique ou idéologique) qui les sous-tend, ou encore les outils qui en garantissent l'intelligibilité (choix stylistique, usage de situations ou d'exemples ayant une valeur heuristique).

Plusieurs types de rôles sont possibles pour prendre part à cette enquête historique.

Cette participation pourra par exemple prendre la forme du dépouillement de sources peu connues ou de revues, dépouillement qui peut se faire, selon les cas, soit par un déplacement en archive ou en bibliothèque, soit à partir de documents numérisés. Un autre type de tâche consiste à étudier de manière plus particulière un ou plusieurs des textes et à s'interroger sur les éléments de contexte et de compréhension que l'on peut leur apporter. Une troisième forme de participation pourrait être d'analyser les relations entre certains des auteurs, dans une perspective prosopographique. Enfin, un autre exemple de participation pourrait être la rédaction de textes de synthèse à partir de travaux existants, dont le but serait de mieux comprendre ce qui motivait le questionnement de l'époque et quels étaient les ressorts de la réflexion sur la place et le rôle des probabilités.

D'autres travaux et rôles sont possibles en lien à l'élaboration de supports et scénarios pédagogiques, comme cela sera précisé au cours de l'après-midi et dans le livret 2 (voir aussi ci-dessus le résumé du projet, partie A)

D. BIBLIOGRAPHIE

NOTA : *cette bibliographie a été établie sous le logiciel zotero, pour les personnes qui en ont l'usage il est possible de demander à rejoindre le groupe* ***Lois_du_hasard*** *pour accéder à une version électronique de la bibliographie, et participer à son enrichissement.*

Bibliographie de la journée d'étude (matin- livret 1).

BARBEROUSSE, A. (2008). La valeur de la connaissance approchée. L'épistémologie de l'approximation d'Emile Borel. *Revue d'histoire des mathématiques*, 14(1), 53–75.

BOREL, É. (1906). La valeur pratique du calcul des probabilités. *La Revue Du Mois*, pp. 424–437. Paris.

-- (1908). Le calcul des probabilités et la mentalité individualiste. *La Revue Du Mois*, pp. 641–650. Paris.

-- (1914). *Le hasard.* Paris, France : F. Alcan.

-- (1920). La Statistique et l'Organisation de la présidence du Conseil des Ministres. *Journal de La Société de Statistique de Paris*, 9–13.

BRU, B., BRU, M.-F., & CHUNG, K. L. (1999). Borel et la martingale de Saint-Pétersbourg. *Revue d'histoire Des Mathématiques*, 5(2), 181–247.

BUSTAMANTE, M.-C., CLÉRY, M., & MAZLIAK, L. (2015). Le Traité du calcul des probabilités et de ses applications : étendue et limites d'un projet borélien de grande envergure (1921-1939). *North-Western European Journal of Mathematics*, 1, 85–123.

CALLENS, S. (1990). Ensemble, mesure et probabilité selon Emile Borel. *Mathématiques et sciences humaines*, (110), 27–45.

-- (1997). *Les maîtres de l'erreur : mesure et probabilité au XIXe siècle*. Paris, France : Presses universitaires de France, DL 1997.

CATELLIER, R., & MAZLIAK, L. (2012). The emergence of French probabilistic statistics. Borel and the Institut Henri Poincaré around the 1920s. *Revue d'histoire Des Mathématiques*, 18(2), 271–335.

CROISET, A. (1906). L'enseignement laïque de la morale. *La Revue Du Mois*, pp. 21–36. Paris.

DURAND, A., & MAZLIAK, L. (2011). Revisiting the Sources of Borel's Interest in Probability: Continued Fractions, Social Involvement, Volterra's Prolusione. *Centaurus*, 53(4), 306–332.

EHRHARDT, C. (2011). Du cours magistral à l'entreprise éditoriale. *Histoire de L'éducation*, (130), 111–139.

FRÉCHET, M., & HALBWACHS, M. (1924). *Le calcul des probabilités à la portée de tous*. Paris, France : Dunod, 1924. [nota : *une réédition est en cours aux Presses Universitaires de Strasbourg*]

GISPERT, H. (2012). L'entreprise biographique à l'épreuve : écueils, défis, atouts du cas d'Émile Borel. In L. Rollet & P. Nabonnand (Eds.), *Les uns et les autres : biographies et prosopographies en histoire des sciences* (pp. 138–176). Nancy, France : Presses universitaires de Nancy : 2012.

GOSZTONYI, K. (2015a). Séries de problèmes dans une tradition d'enseignement des mathématiques en Hongrie au 20e siècle. *SHS Web of Conferences* 22, 00013. https://doi.org/10.1051/shsconf/20152200013

-- (2015b). The "New Math" reform and pedagogical flows in Hungarian and French mathematics education. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), CERME 9 - *Ninth Congress of the European*

Society for Research in Mathematics Education (pp. 1709–1716). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME. Retrieved from https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01288002

-- (2016a). Mathematical Culture and Mathematics Education in Hungary in the XXst century. In B. Larvor (Ed.), *Mathematical Cultures. The London Meetings 2012-2014* (pp. 71–89). Basel: Springer: Birkhauser.

-- (2016b). *Traditions et réformes de l'enseignement des mathématiques à l'époque des « mathématiques modernes » : le cas de la Hongrie et de la France*. (thèse). University of Szeged; Université Paris-Diderot-Paris VII, Szeged; Paris.

GUIRALDENQ, P. (1999). *Emile Borel : l'espace et le temps d'une vie sur deux siècles*. Saint-Affrique, France : Imprimerie du Progrès.

HALBWACHS, M., SAUVY, A., ULMER, H., BOURNIER, G., & FEBVRE, L. (2005). Le point de vue du nombre (1936). (M. Jaisson & E. Brian, Eds.). Paris, France : Institut national d'études démographiques.

MARBO, C. (1968). *A travers deux siècles : souvenirs et rencontres (1883-1967)*. Paris, France : B. Grasset.

MAZLIAK, L. (2012). La graphologie d'Alfred Binet, terrain d'entraînement d'Emile Borel, statisticien en devenir. *Recherches & éducations*, (6), 241–253.

MAZLIAK, L., & SAGE, M. (2014). Au-delà des réels : Émile Borel et l'approche probabiliste de la réalité. *Revue d'histoire Des Sciences*, 67(2), 331–357.

RÉNYI, A. (1972). *Letters on Probability*. Budapest: Akadémiai Kiadó.

TESNIÈRE, V. (2001). *Le Quadrige : un siècle d'édition universitaire*. Paris, France : PUF.

VARGA, T. (1967). *Combinatorials and probability for young children* (Vol. I.). Sherbrooke Matehematics Project, University of Sherbrooke.

-- (1970). Probability through games. A sample of three games. In *New Trends in Mathematics Teaching* (Vol. II, pp. 424–440). Paris: UNESCO.

-- (1982). New topics for the elementary school math curriculum. In T. C. O'Brien (Ed.), *Toward the 21st Century in Mathematics Education* (pp. 12–34). Teachers' Center Project, Southern Illionis University at Edvardsville.

VOLTERRA, V. (1906). Les mathématiques dans les sciences biologiques et sociales. *La Revue Du Mois*, pp. 1–20. Paris.

Bibliographie complémentaire sur l'histoire des probabilités et des statistiques

Ouvrages

BARBIN Évelyne et LAMARCHE Jean-Pierre (coord.), *Histoires de probabilités et de statistiques*, Paris, Ellipses, 2004.

BRIAN Eric, *La mesure de l'Etat. Administrateurs et géomètres au XVIIIe siècle*, Paris, Albin Michel, 1994.

BRU Bernard, « La courbe de Gauss ou le théorème de Bernoulli raconté aux enfants », *Mathématiques et sciences humaines*, n° 175, 2006.

COURTEBRAS Bernard, *Mathématiser le hasard : une histoire du calcul des probabilités,* Paris, Vuibert, 2008.

DASTON Lorraine, *Classical Probability in the Enlightenment*, Princeton University Press, 1988

DESROSIERES Alain, *La politique des grands nombres : histoire de la raison statistique*, Paris, La découverte, 2000.

HACKING Ian, *L'émergence de la probabilité*, (1ère éd.: The emergence of probability, Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1975), Le Seuil, Paris, 2002.

DASTON Loraine, GIGERENZER Gerd et KRÜGER Lorenz, *The Probabilistic Revolution. Vol. 2: Ideas in the Sciences*, Cambridge, MIT Press, 1987.

DASTON Loraine, HEIDELBERGER Michaël et KRÜGER Lorenz, *The Probabilistic Revolution. Vol. 1: Ideas in the History*, Cambridge, MIT Press, 1987.

PORTER Theodore M., *Trust in numbers: the pursuit of objectivity in science and public life*, Princeton, Princeton University Press, 1995.

SAMUELI (Jean-Jacques) et BOUDENOT (Jean-Claude), *Une histoire des probabilités des origines à 1900*, Paris, Ellipses, 2009

STIGLER Stephen, *The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty before 1900*, Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, MA, 1986.

Articles

ARMATTE Michel, « Contribution à l'histoire des tests laplaciens, *Mathématiques et sciences humaines,* n° 176, 2006, p. 117-133.

ARMATTE Michel, « Probability and Statistics at the turn of 1900 : hopes and disappointments », *Journal électronique d'histoire des probabilités et de la statistique*, vol. 5, n° 2, 2009.

BARBIN Evelyne et MAREC Yannick, « Les recherches sur la probabilité des jugements de Simon-Denis Poisson », *Histoire & Mesure*, 1987, vol. 2, n° 2, p. 39-58.

BRIAN Eric, « L'objet du doute. Les articles de D'Alembert sur l'analyse des hasards dans les quatre premiers tomes de l'*Encyclopédie* », *Recherches sur Diderot et sur l'*Encyclopédie, vol. 21, octobre 1996, p. 163-178.

CHABERT Jean-Luc, « Gauss et la méthode des moindres carrés », *Revue d'Histoire des sciences*, vol. 42, n° 1, 1989, p. 5-26.

CLÉRO Jean-Pierre, « Un instrument de mesure des croyances. La Règle de Bayes », *Histoire et mesure*, 1988, vol. 3, n° 4, p. 491-513.

COUMET Ernest, « La théorie du hasard est-elle née par hasard ? », *Annales ESC*, vol. 25, n° 3, 1970, p. 574-598.

COURTEBRAS Bernard, « Sur quelques conceptions du hasard », *Autour de la modélisation en probabilités,* Commission inter-IREM Statistique et Probabilités, 2001.

CREPEL Pierre, « Doutes et questions sur les probabilités et l'inoculation », 2013, disponible sur le site culturemath.ens.fr

DAHAN-DALMEDICO Amy, « Le déterminisme de Pierre-Simon Laplace et le déterminisme aujourd'hui », dans *Chaos et déterminisme*, collection Points sciences, éditions Le Seuil, 1992.

DASTON Lorraine « D'Alembert's critique of probability theory », *Historia Mathematica*, vol. 6, 1979, p. 259-279.

DASTON, Lorraine « L'interprétation classique du calcul des probabilités », *Annales ESC*, 1989, p. 713-731.
DASTON Loraine, GIGERENZER Gerd et KRÜGER Lorenz, *The Probabilistic Revolution. Vol. 2: Ideas in the Sciences*, Cambridge, MIT Press, 1987.

DASTON Loraine, HEIDELBERGER Michaël et KRÜGER Lorenz, *The Probabilistic Revolution. Vol. 1: Ideas in the History*, Cambridge, MIT Press, 1987.

GODFROY-GÉNIN Anne-Sophie, « Pascal : la géométrie du hasard », *Mathématiques et sciences humaines*, n° 150, 2000, p. 7-39.

ISRAEL Georgio, « La représentation formelle des comportements subjectifs: le cas de la théorie des jeux », in *Sciences de l'homme et sciences de la nature, Essais d'épistémologie comparée* (sous la direction de Claude Grignon et Claude Kordon), Paris, Editions de la Maison des sciences de l'homme, 2009, p. 143-166.

MARTIN Thierry, « Probabilité et critique philosophique chez Cournot », *Revue d'histoire des mathématiques*, vol. 1, 1995, p. 111-138.

MEUSNIER Norbert, « L'émergence d'une mathématique du probable au XVIIe siècle », *Revue d'histoire des mathématiques*, vol. 2, 1996, p. 119-147.

MEUSNIER Norbert, « Le Problème des partis peut-il être d'origine arabo-musulmane ? », *Journal électronique d'histoire des probabilités et de la statistique*, 2007.

PATY Michel, « D'Alembert et les probabilités », in R. Rashed (dir.), *Sciences à l'époque de la Révolution française. Recherches historiques*, Paris, A. Blanchard

PIRON Sylvain, « Traitement de l'incertitude commerciale », *Journal électronique d'histoire des probabilités et de la statistique*, 2007.

PORTER Theodore M., *Trust in numbers: the pursuit of objectivity in science and public life*, Princeton, Princeton University Press, 1995.

SHEYNIN Oscar, « Bertrand's work on probability », *Archive for history of exact sciences,* vol. 48 (2), 1994, p. 155- 199.

VERON Jacques et ROHRBASSER Jean-Marc, « Lodewijk et Christiaan Huygens : la distinction entre vie moyenne et vie probable », *Mathématiques et sciences humaines*, n° 149, 2000, p. 7-21.

E. ANNUAIRE DE LA MATINÉE
PARTIE HISTOIRE

Ce tableau vous donne la possibilité de contacter l'une ou l'autre personne parmi les organisateurs ou intervenants de la journée du 20 janvier matin. Dans le livret 2 on trouvera un autre annuaire plus complet, comprenant l'ensemble des participants.

Nom, prénom	**Affiliation** (laboratoire, groupe IREM, et/ou établissement d'exercice)	**Coordonnées**
BERNARD, Alain	Centre A. Koyré, UMR 8560, UPEC-ESPE, IREM Paris Nord	alain.bernard@u-pec.fr ou alainguy.bernard@gmail.com tél 06.29.37.60.93
EHRHARDT, Caroline	Centre de Recherches Historiques, Univ. Paris 8	caroline.ehrhardt@univ-paris8.fr
GAUDRON, Isabelle	LAGA, UMR 7539, CNRS & SPC-Univ. Paris 13	gaudron@math.univ-paris13.fr
GOSZTONYI, Katalin	Univ. Eötvös Loránd, Budapest	katalin.gosztonyi@gmail.com
MAZLIAK, Laurent	Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires (UMR 7599), Univ. Pierre et Marie Curie	laurent.mazliak@upmc.fr
SCHWER, Sylviane	LIPN, UMR 7030, CNRS & SPC-Univ. Paris 13, IREM Paris Nord	schwer@lipn.univ-paris13.fr